

6

SOFTWARE

APPLICATIONS-02

GeoGebra (जिओजेब्रा)

Learning Mathematics using dynamic software GeoGebra
(एक dynamic (डायनामिक) software (सॉफ्टवेयर) GeoGebra
की मदद से गणित सीखना)

क्या सीखेंगे (LEARNING OUTCOMES)

- GeoGebra software क्या है? GeoGebra का कार्य करने का इंटरफ़ेस (working area) कैसा दिखता है?
- कंप्यूटर में GeoGebra Install (संस्थापित) हो जाने के बाद उसकी मदद से Geolmetry (ज्यामिति) में आकृतियाँ जैसे Triangle (त्रिभुज), square (वर्ग), rectangle (आयत) बनाना।
- GeoGebra tools का प्रयोग करना।
- Geometrical shapes की properties को जाँचना।
- GeoGebra की File को computer में save करना।

Software Used: GeoGebra

Introduction (प्रस्तुति सॉफ्टवेयर)



मैडम जी, geometry हमारे जीवन में कहाँ
काम आती है?



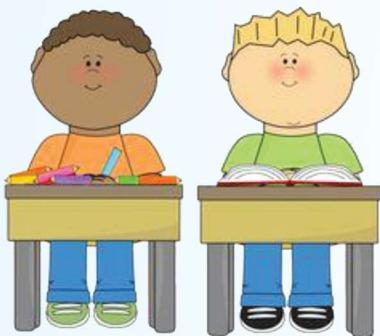
बहुत ही बढ़िया सवाल किया रेनू।
अपने चारों और नज़र धुमा कर देखो। तरह तरह के objects हैं।
उनकी shapes को देखो। यह सब geometrical shapes हैं।
Geometry हमारी जिंदगी का एक जरुरी हिस्सा है।
जितने भी engineers और architects हैं वह buildings के निर्माण में geometry का इस्तेमाल करते हैं।
फ्लोर पर जो कलात्मक pattern (पैटर्न) देख रहे हो वह भी geometrical shapes हैं।

Introduction to GeoGebra Window Interface

(जिओजेब्रा विंडो इंटरफ़ेस का परिचय)



बच्चों, GeoGebra software की मदद से इन geometrical shapes को आसानी से बना सकते हैं।



मैडम हमें GeoGebra के बारे में विस्तार से बताइये।

यह एक open source (ओपन सोर्स), dynamic (डायनेमिक) software है जिसके माध्यम से हम geometrical shapes को आसानी से बना सकते हैं।

Note: Open source software के सोर्स कोड को बदला जा सकता है। यह जरुरी नहीं की वह फ्री हो। जो भी व्यक्ति उसे इस्तेमाल कर रहा है वह उस software में कोड बदल सकता है। उसे किसी से पूछना नहीं पड़ता।

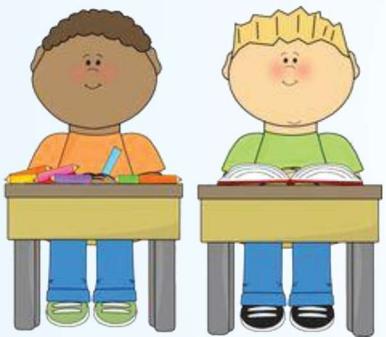




GeoGebra एक फ्री software है और इसे www.geogebra.org से आसानी डाउनलोड (download) किया जा सकता है।

यह software एक दोतरफा माध्यम है यानी इंटरैक्टिव (Interactive) है। इससे हम संवाद भी कर सकते हैं। आप आकृतियों के साइज को बीच बीच में बदल बदल कर तरह-तरह के प्रयोग कर सकते हैं।

कंप्यूटर में download करने के बाद और install करने के बाद हम इसे बिना इंटरनेट के भी उपयोग कर सकते हैं।



मज़ेदार सॉफ्टवेयर मालूम पड़ता है।



चलो बच्चो अब हम इस software (सॉफ्टवेयर) के बारे में पढ़ेंगे।

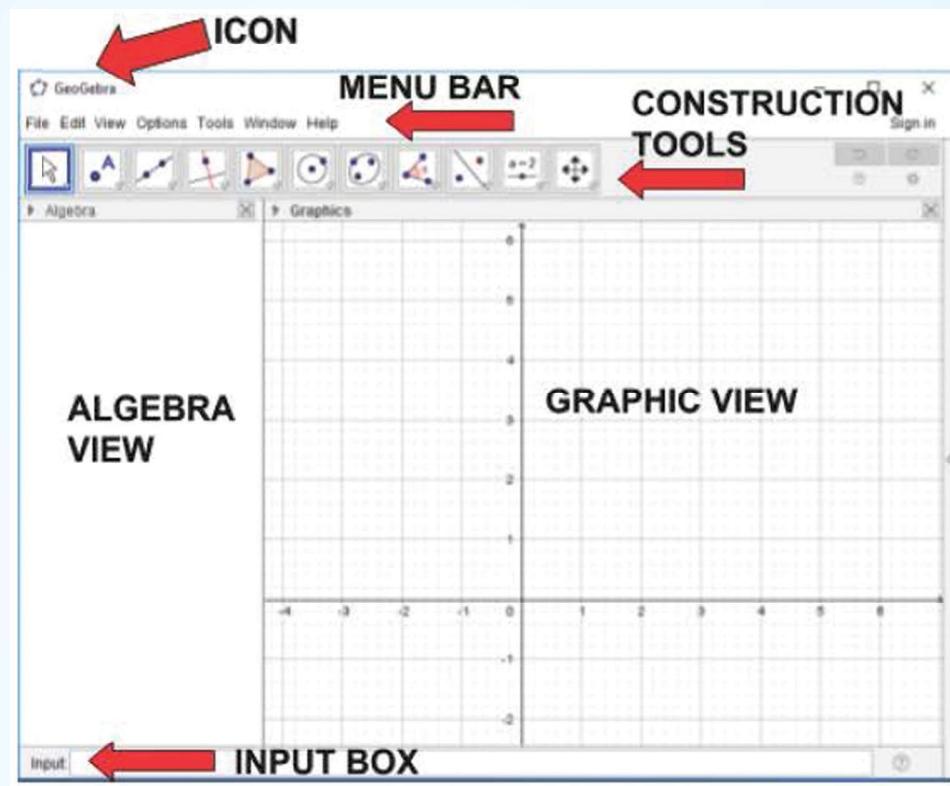
आप computer के desktop पर दिए icon (आइकन) को ध्यान से देखिए।

जब हम GeoGebra software को computer में install (संस्थापित) कर लेते हैं तो हमारे desktop पर एक icon बन जाता है जो कुछ ऐसा सा दिखता है।





जब हम इस icon पर क्लिक करते हैं तो GeoGebra की विंडो (window) खुल होती है।



चलिए अब इस window के बारे में थोड़ी जानकारी प्राप्त करते हैं।

जरा गौर से देखिए, GeoGebra icon के नीचे जो पहली लाइन को मैन्यू बार (Menu Bar) कहते हैं।

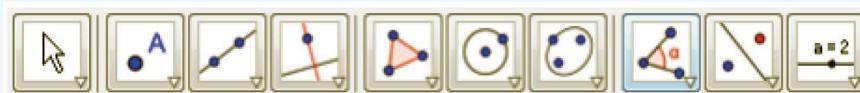
Menu:

File Edit View Options Tools Window Help



अब आप मेन्यु बार के नीचे वाली लाइन को देखिए।

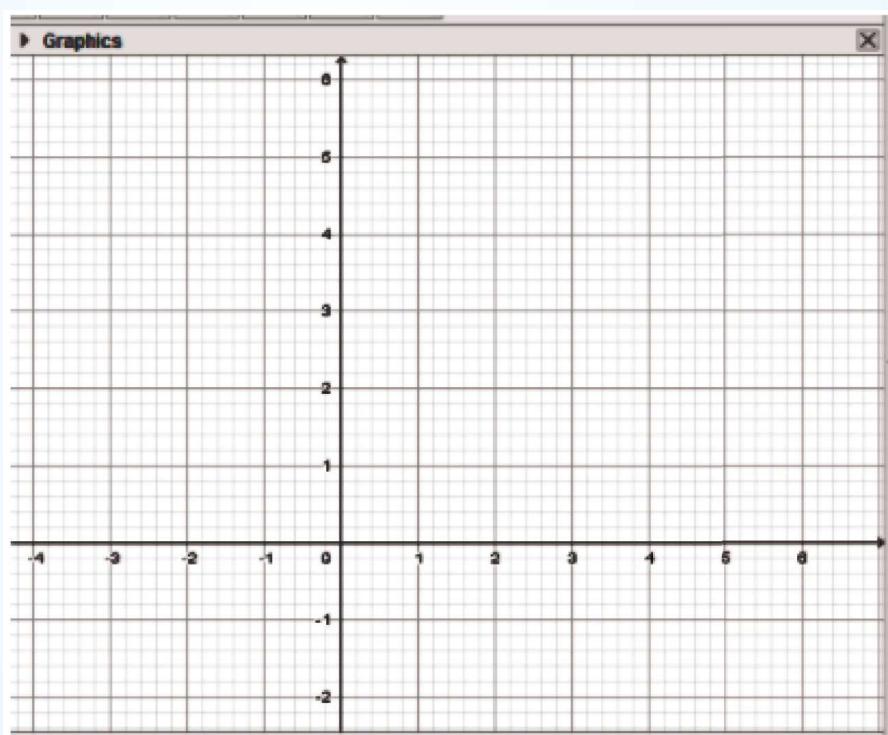
Construction Tools



इन सबको Construction Tools (रचना टूल्स) का नाम दिया गया है।
इन tools (टूल्स) की मदद से हम geometry (जयमिति) और algebra (बीजगणित) में दिए गए concepts को interactive रूप में बनाकर संवाद कर सकते हैं और verify (जांच) भी सकते हैं।



बच्चों नीचे दिए गए चित्र में जो window खुलती है वह Graphic View (ग्राफिक व्यू) है।



Graphic view GeoGebra का एक Drawing pad (ड्रॉइंग पैड) की तरह है जिसमें आप geometry की आकृतियां बना सकते हैं।

और ठीक उस के बायें ओर Algebra Window (अलजेब्रा विंडो) है।



इस हिस्से में आप जो भी आकृति Graphic View में बनाते हैं उनकी equation देख सकते हैं।

सबसे नीचे वाली लाइन में इनपुट बॉक्स (Input Box) है।

इस बॉक्स में हम समीकरण (इक्वेशन/equations) लिखते हैं।

यह equation हमें Graphic view में दिखेगा।

और input की हुई equation Algebra window में दिखाई देगी।



आओ करके देखें

Activity 1: To make a triangle and measure its sum of interior angle. (त्रिभुज बनाओ और उसके तीनों भीतरी कोणों का योग बताओ।)

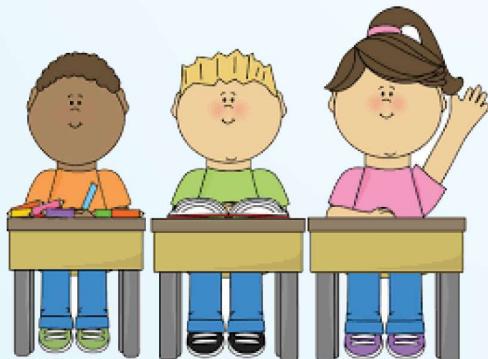
किन tools टूल्स का प्रयोग करें?

इस एक्टिविटी को करने के लिए हम GeoGebra में दिए गए •^A (Point (पॉइंट) टूल , Line segment (रेखाखण्ड टूल), Polygon (पोलीगोन) टूल, Angle (एंगल) टूल और Input Box (इनपुट बॉक्स) टूल का इस्तेमाल करेंगे।



(अब हम एक त्रिभुज (Triangle) बनाना सीखेंगे और उसके तीनों interior angles (भीतरी कोणों के योग का पता करेंगे।

बच्चों बताओ त्रिभुज क्या होता है?



मैडम जी, तीन सरल रेखाओं से घिरी बंद आकृति को त्रिभुज या त्रिकोण कहते हैं। त्रिभुज में तीन भुजाएं और तीन कोण होते हैं।



बच्चों, त्रिभुज के तीनों भीतरी कोणों का योग कितना होता है?

आज हम GeoGebra software की मदद से त्रिकोण बनाना सीखेंगे। हम उसके भीतरी कोणों के योग की भी जांच करेंगे।

मैंने software सभी कंप्यूटर में install कर दिया है।

चलो अब desktop पर बने GeoGebra के icon को क्लिक करें। GeoGebra की window खुल जाएगी।



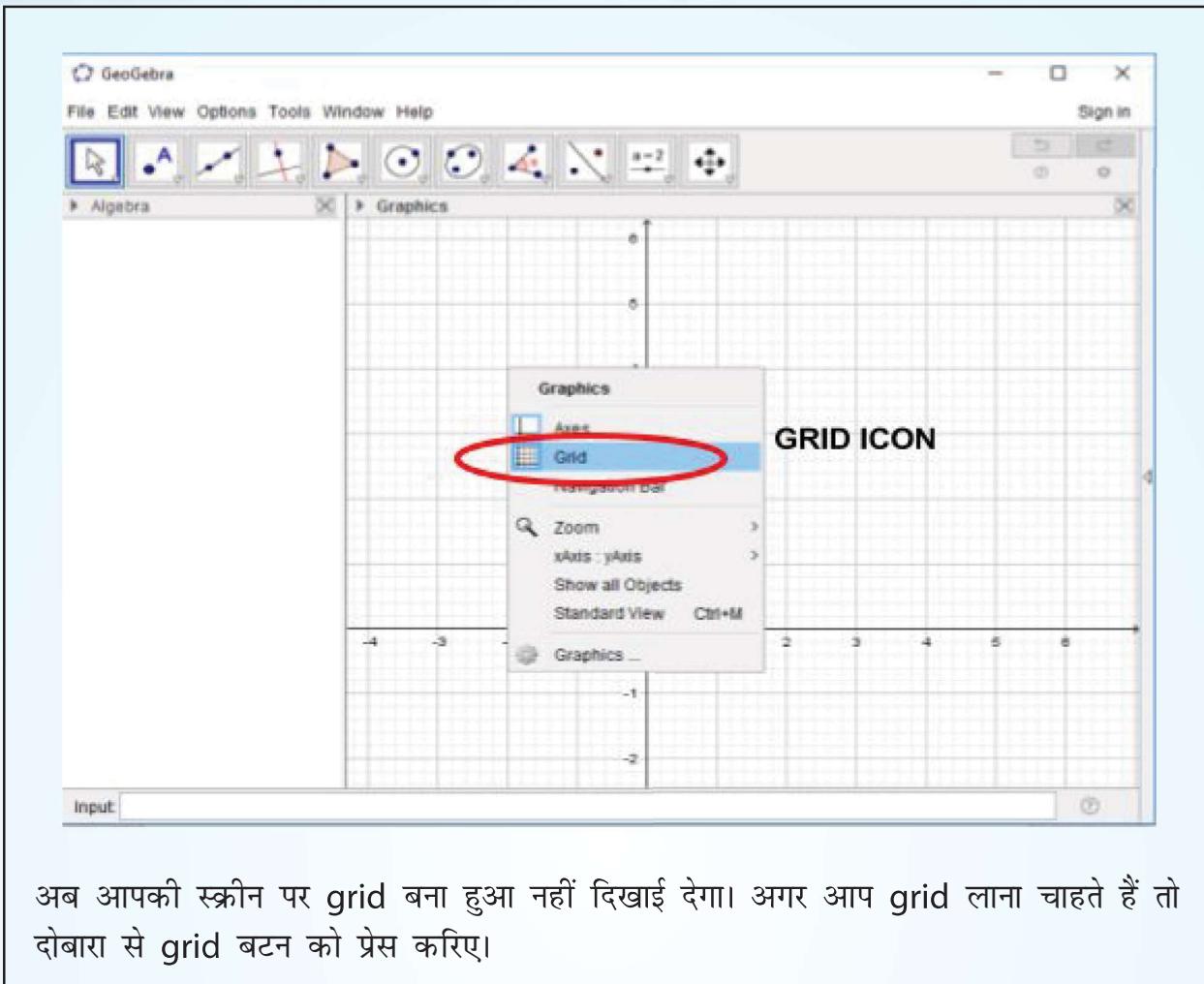
मैडम ग्राफिक विंडो में एक ग्राफ और कुछ लाइनें खींची हुई हैं। क्या हम इन्हें हटा सकते हैं?



हाँ बिल्कुल, हम इन्हें हटाकर ही त्रिभुज की आकृति बनाएंगे। आओ सीखें कि हम axes और grid को ग्राफिक व्यू से कैसे हटाते हैं।

आप देख रहे हैं कि ग्राफिक्स विंडो में हमें axes और grid नजर आ रहा है। तो सबसे पहले इन दोनों को हम स्क्रीन से हटाएंगे।

Cursor को Graphic view में रखकर mouse से राइट क्लिक करिए और Grid icon को क्लिक करें।



अब आपकी स्क्रीन पर grid बना हुआ नहीं दिखाई देगा। अगर आप grid लाना चाहते हैं तो दोबारा से grid बटन को प्रेस करिए।



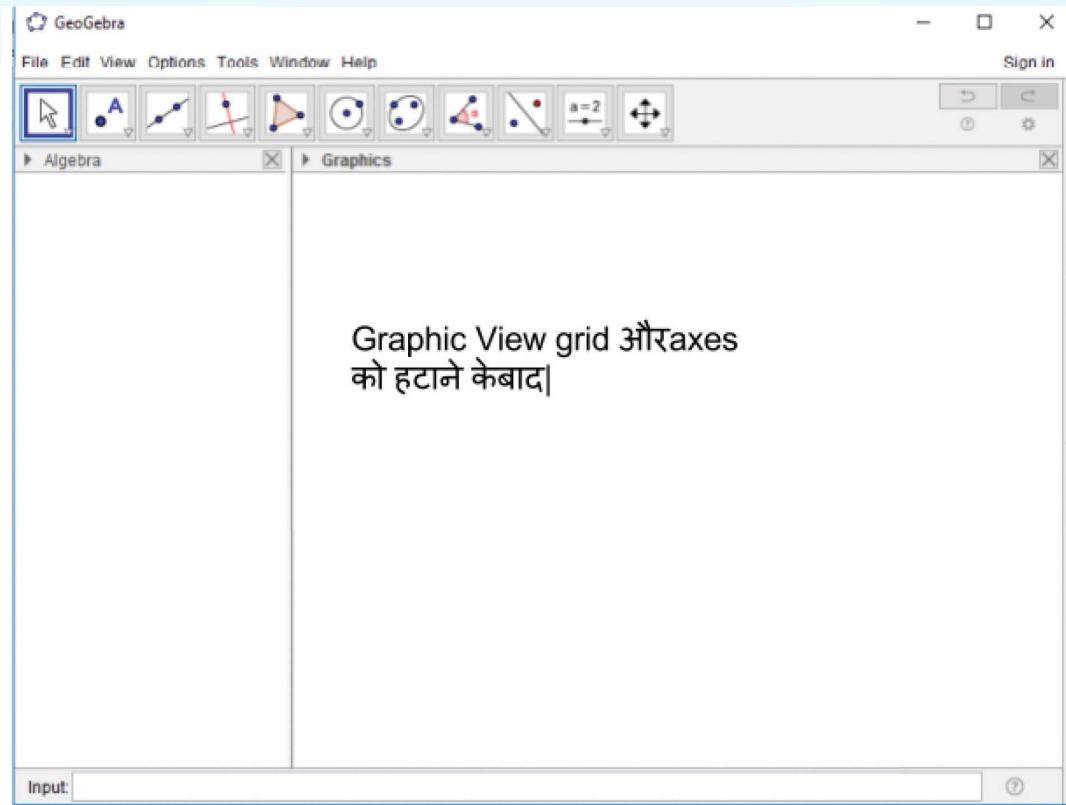
Practice

बच्चों जैसे मैंने grid हटाने की विधि या लाने की विधि आपको बताई ऐसे ही आप Axes को हटाइए और दोबारा से लेकर आईए।

Axes को हटाने के लिए Graphic view में mouse से राइट क्लिक करें और Axes बटन पर क्लिक करें।

अब आपको Graphic View कुछ ऐसा दिखेगा।

अब आपको Graphic View कुछ ऐसा सा दिखेगा।



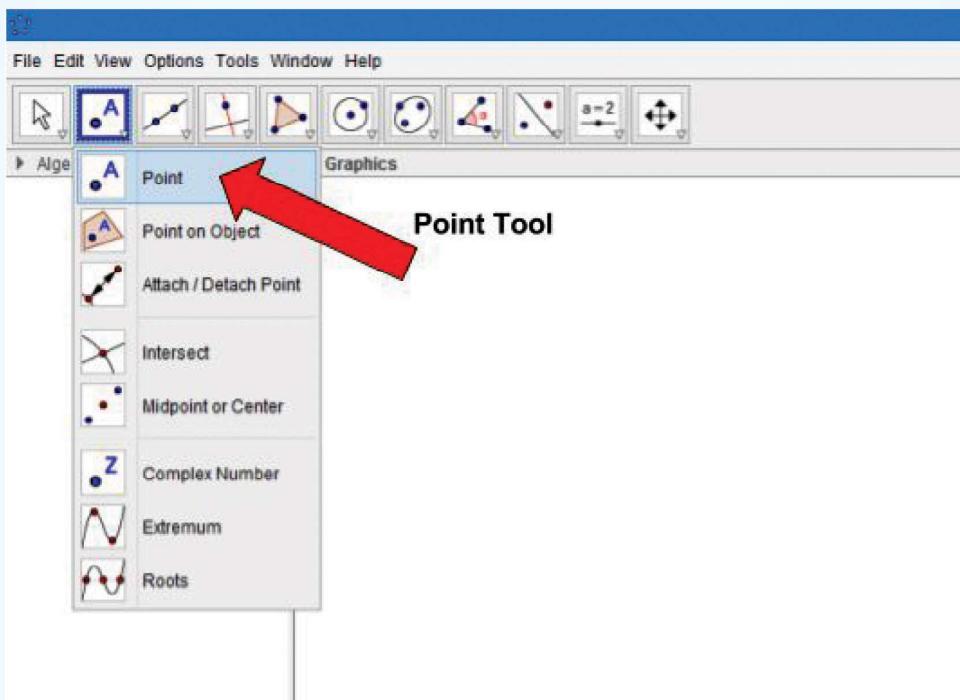
बच्चों पॉइंट (Point) टूल को क्लिक करें।



मैडम जी Point tool (पॉइंट टूल) कहाँ पर है?



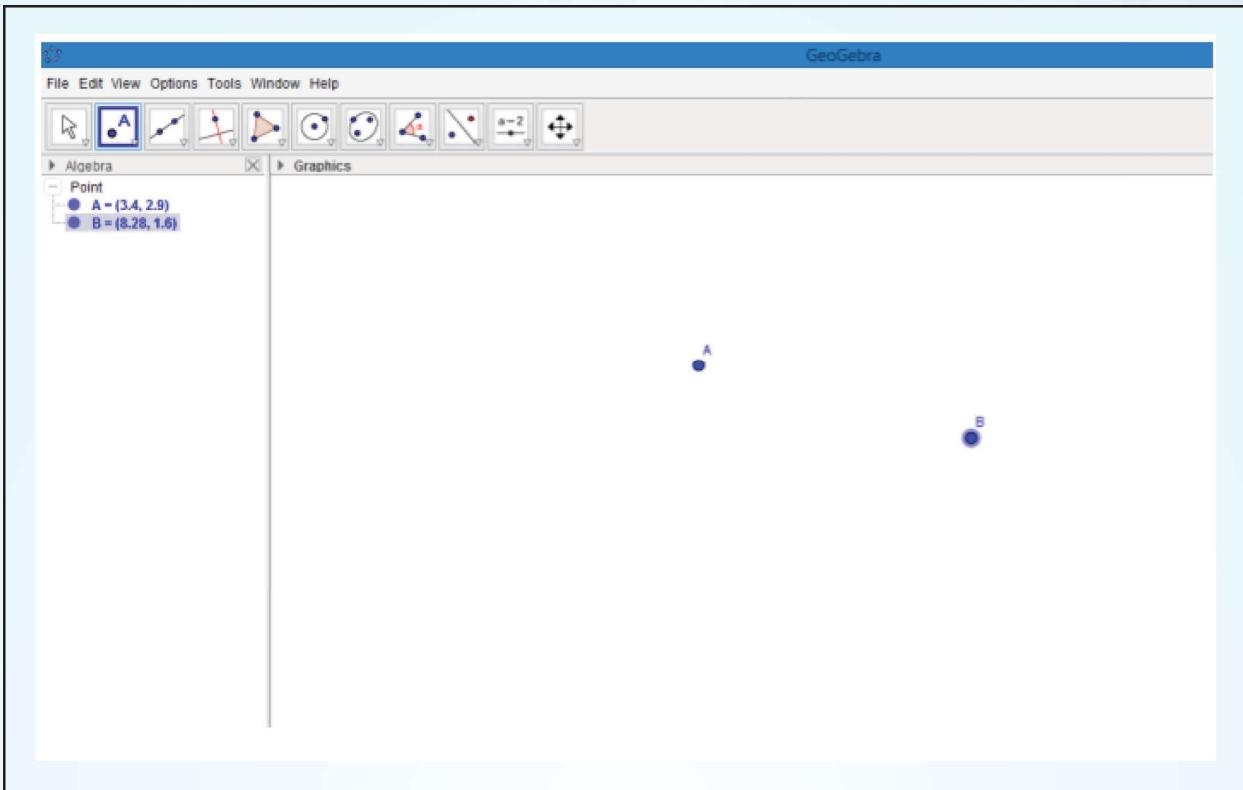
Construction टूल्स वाली लाइन में left से दूसरे नंबर पर ध्यान से देखो।



और ड्राइंग पैड में एक बिंदु A अंकित करें।

इसी तरह Drawing pad (ड्राइंग पैड) में किसी और जगह क्लिक करने पर बिंदु B अंकित होगा। geogebra में Drawing Pad पर जो भी खींचा जाता है उन्हें objects कहते हैं।

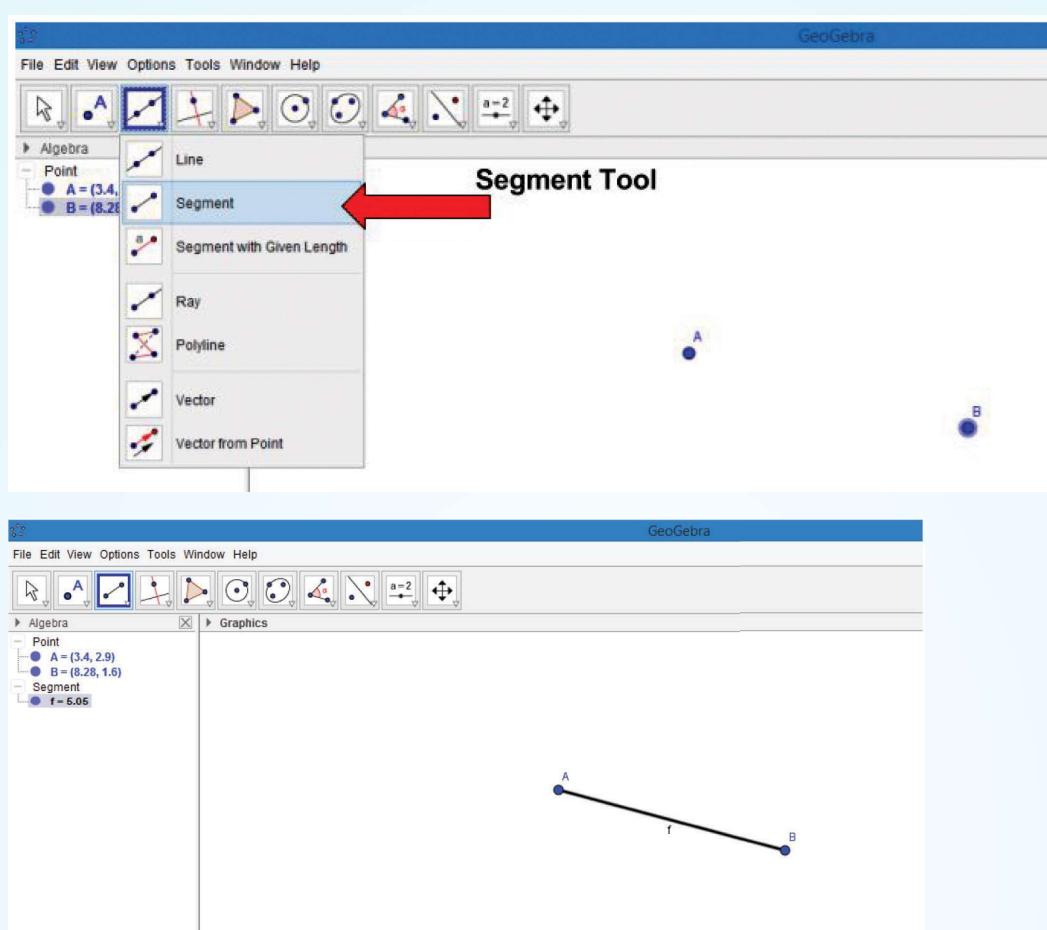
A और B बिंदु Free Objects हैं।



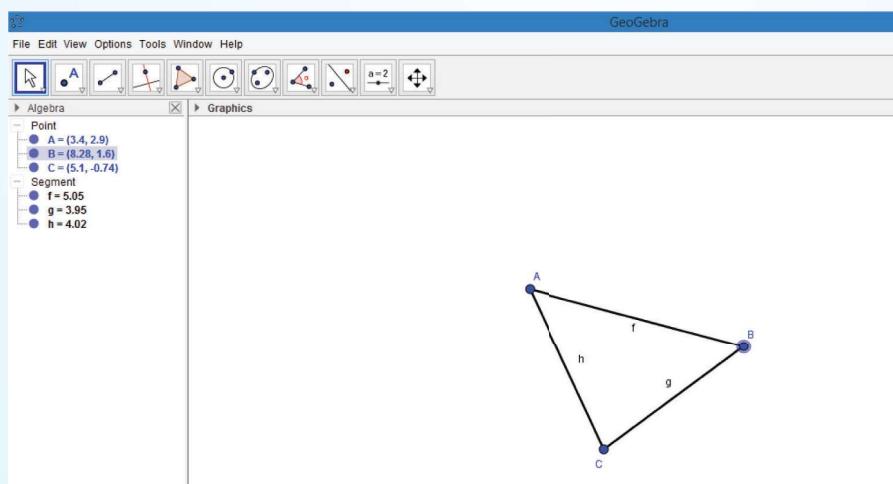
मैडम, free objects क्यों कहते हैं?

बहुत बढ़िया सवाल।
इन्हें free objects इसलिए कहा जाता है क्योंकि इनकी रचना किसी और आकृति पे निर्भर नहीं करती।

अब Line segment tool सेलेक्ट करें और A से B रेखाखण्ड बनाएं।



ऐसे ही एक Point C लें Line segment tool select करके BC और CA मिलाएं। आपके सामने त्रिकोण ABC बन जायेगा।



ध्यान से देखो कि त्रिभुज ABC में तीन भीतरी कोण हैं। इनके योग को हम GeoGebra Construction tools में दिए गए angle tool से जांच सकते हैं।

प्यारे बच्चों मैंने आपको बताया था कि यह software dynamic और interactive है।



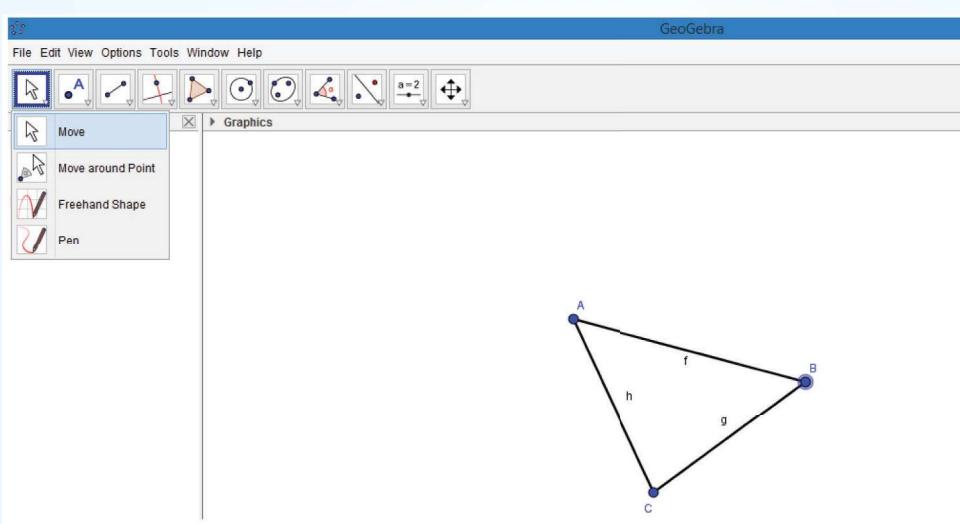
जरा ध्यान से देखिये।

A, B और C नीले बिंदु से दर्शाये गए हैं।

अब आप मूव (Move) टूल को सेलेक्ट करें। (दूसरी लाइन में सबसे पहला टूल जो Arrow की तरह दिख रहा है)

अब इससे किसी भी point को मूव करें।

आप देखेंगे की त्रिकोण की आकृति छोटी और बड़ी हो रही है।
Algebra window में points की वैल्यू भी चेंज हो रही है।



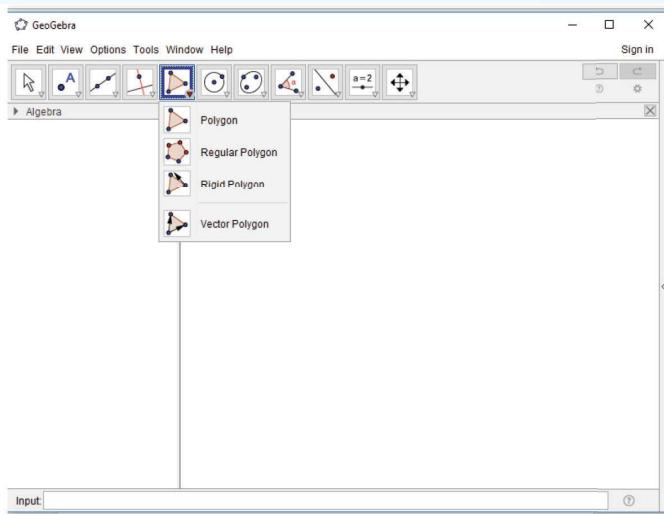
आप सबको मज़ा आ रहा है ना।



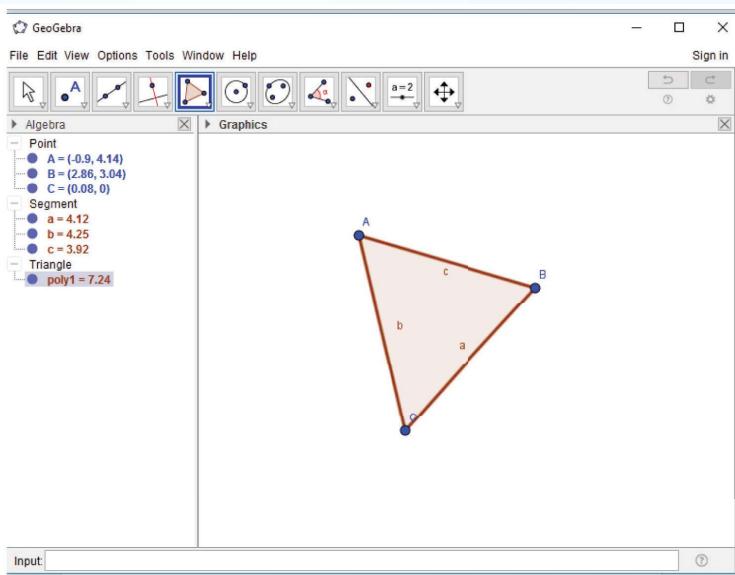
मैडम जी हम सबको बहुत मजा आ रहा है सीखने में और अच्छे से समझ भी आ रहा है।



अब मैं आपको त्रिकोण बनाने का एक और सरल तरीका बताती हूँ। आशा है सभी बच्चे आगे सीखने के लिए तैयार हैं। बच्चों अब हम ग्राफिक विंडो में Polygon (पोलीगोन) टूल की मदद से त्रिभुज बनाएंगे। टूल बार में दिए गए Polygon tool को क्लिक करें।



टूल सिलेक्ट करने के बाद Graphic window (ग्राफिक विंडो) में क्लिक करें आप देखेंगे बिंदु A अंकित होगा और उसको खींचने पर B बिंदु तक AB बनाइए फिर B से C बिंदु तक BC बनाइए। फिर C बिंदु को A बिंदु से जोड़िए। आपके सामने एक त्रिभुज ABC बन जाएगा।





मैडम जी यह तो बड़ा ही सरल तरीका है त्रिभुज बनाने का।



अब हम त्रिभुज ABC के तीन Angles (कोणों) का योग पता करेंगे। बच्चों इसके लिए Tool bar (टूल बार) में से angle tool को सिलेक्ट करें।

अब clockwise (क्लॉकवाइज) दिशा में CA और AB भुजाओं को क्लिक करें। आप देखेंगे कि angle A का माप दर्शित हो गया है। अलजेब्रा विंडो में Angle B की वैल्यू a से दर्शाई गई है।

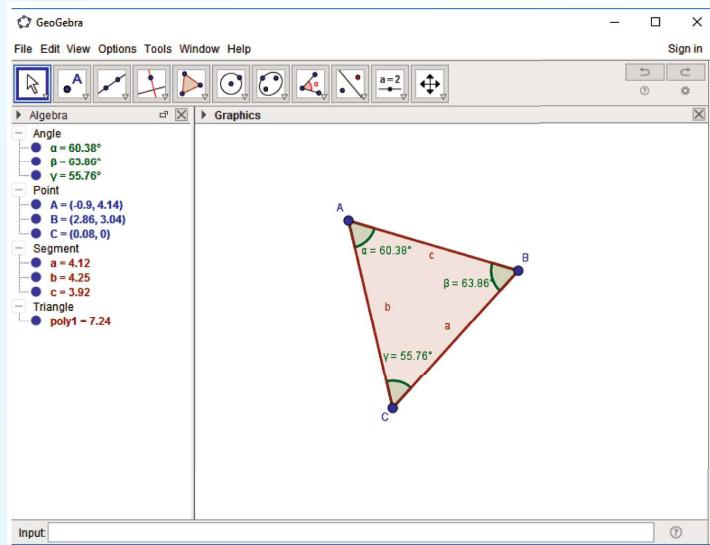
अब clockwise दिशा में AB और BC भुजाओं को क्लिक करें। आप देखेंगे कि angle B का माप दर्शित हो गया है।

Algebra Window (अलजेब्रा विंडो) में Angle B की वैल्यू β से दर्शाई गई है।

अब Clockwise दिशा में BC और CA भुजाओं को क्लिक करें। आप देखेंगे कि angle C का माप दर्शित हो गया है।

Algebra Window (अलजेब्रा विंडो में) Angle B की वैल्यू γ से दर्शाई गई है।

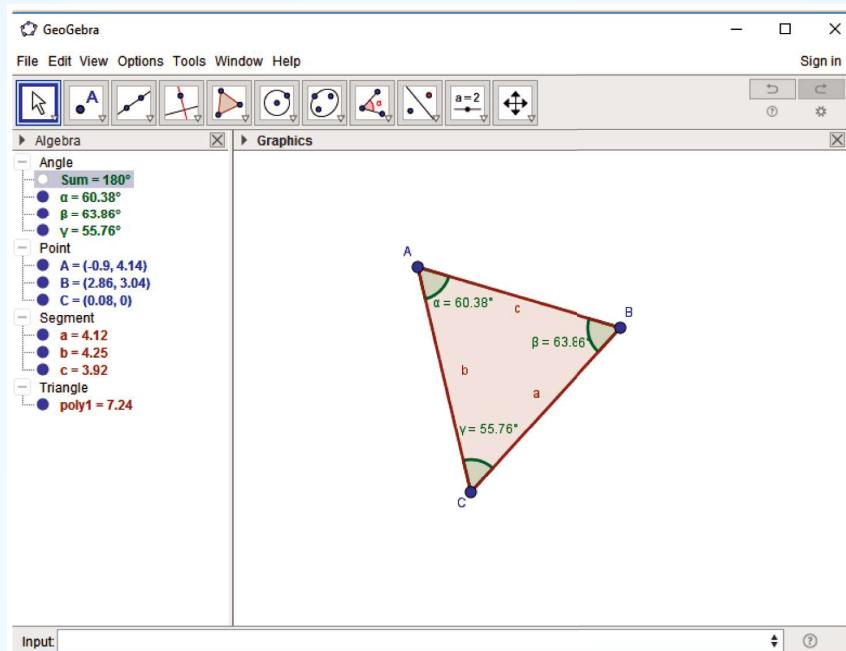
ऐसा करने से आपको तीनों angles का डिग्री में पता चल जाएगा।



Note – ऊपर दी गई ग्राफिक विंडो में त्रिभुज की आकृति को ध्यान से देखिए।

- A, B, और C त्रिभुज के 3 vertices हैं।
- a, b, c त्रिभुज ABC की तीनों भुजाओं की length हैं।
- α , β , और γ तीनों angles का measure हैं।

Input box (इनपुट बॉक्स) में लिखें $\text{Sum} = \alpha + \beta + \gamma$ और एंटर दबाएं।



अब Algebra Window (एलज़ेब्रा विंडो) देखें और उसमें Sum की वैल्यू को नोट कर लें।

अब Move tool को सिलेक्ट करें और किसी भी vertex (वर्टेक्स) A, B या C को move करें।

क्या Sum की वैल्यू में कोई बदलाव आया?



नहीं मैडम जी, sum की वैल्यू हर वक्त एक समान ही आ रही है।



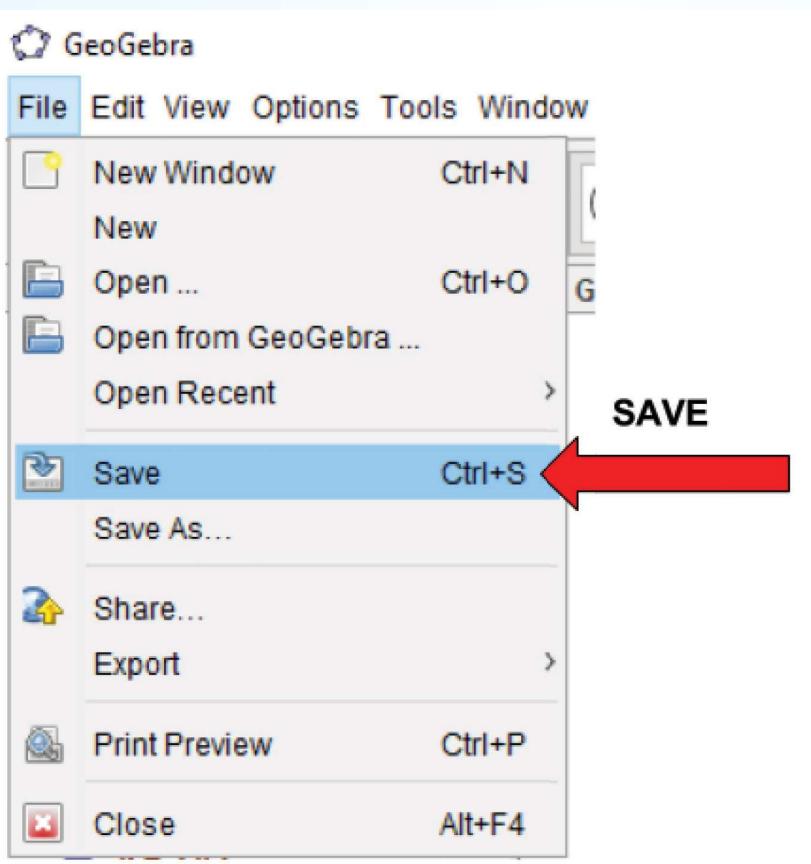
बिल्कुल सही। कोई बदलाव नहीं आया।
इससे हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि किसी भी त्रिभुज में तीनों angles का योग 180 डिग्री होता है।
इस प्रकार हम त्रिभुज की विशेषताओं को बता सकते हैं।
ठीक इसी प्रकार से हम अन्य आकृतियों की विशेषताओं का पता लगा सकते हैं।

GeoGebra की File को Save कैसे करें?

बच्चों अब हम यह सीखेंगे कि GeoGebra की File को कंप्यूटर में save (सेव) कैसे करते हैं?

File पर Click करें। Save पर जाएं और अपनी File को save कर लें।

जब हम GeoGebra की File को Save करते हैं तो .ggb file save होती है।



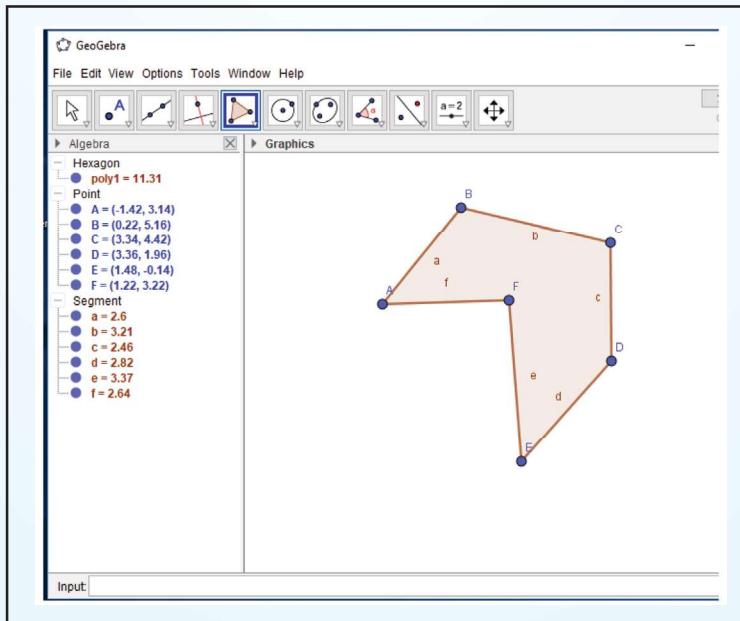
स्वयं करके देखो Practice :

- बच्चों अब आप Drawing pad (ड्राइंग पैड) पर कोई भी एक त्रिभुज बनाएं और move (मूव) टूल की मदद से आकृति को चेंज करके उनके कोणों को नोट करें। और तीनों कोणों के योग (sum) को भी नोट करें।

Serial Number	α	β	γ	$\text{Sum} = \alpha + \beta + \gamma$
1				
2				
3				
4				

Observation:

- Polygon tool का प्रयोग करके अपनी मन पसंद आकृति बनाएं। Algebra Window में से देखकर जो आपने Line Segments बनाएं हैं उनकी length नोट करें।
जैसे नीचे दी गयी आकृति में ABCDEF एक Polygon है जिसमें $AB = a = 2.6$ units, $BC = b = 3.21$ units



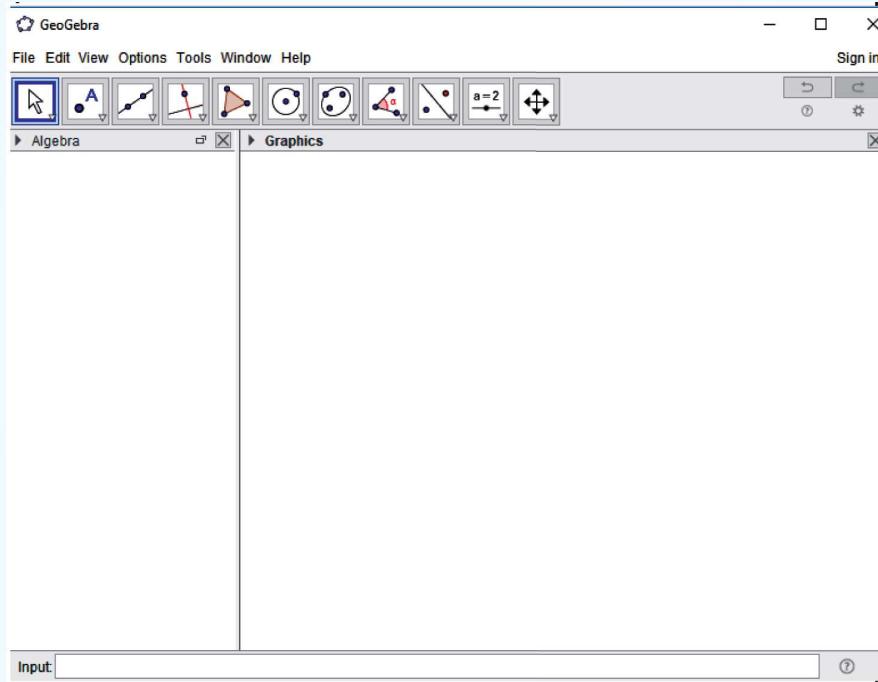
आओ करके देखे –

Activity 2: To explore line tools and learn to draw intersecting lines and find point of intersection.

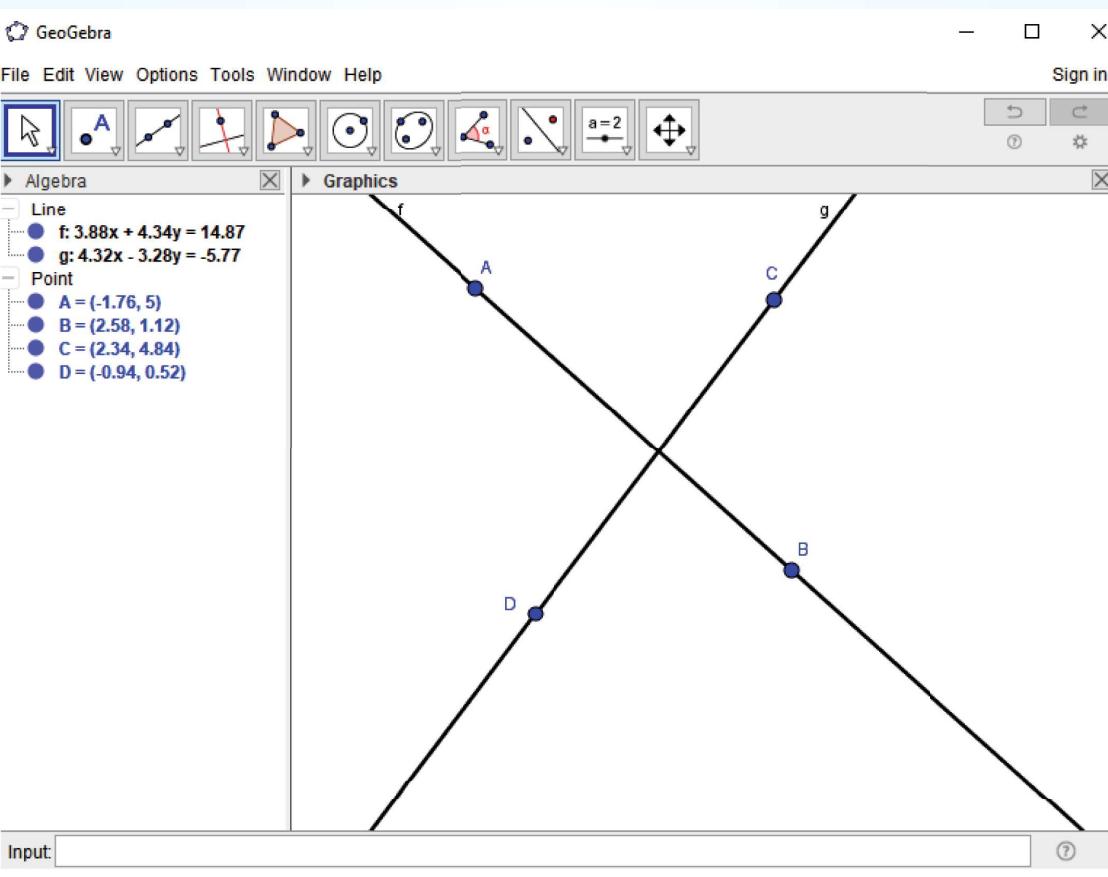
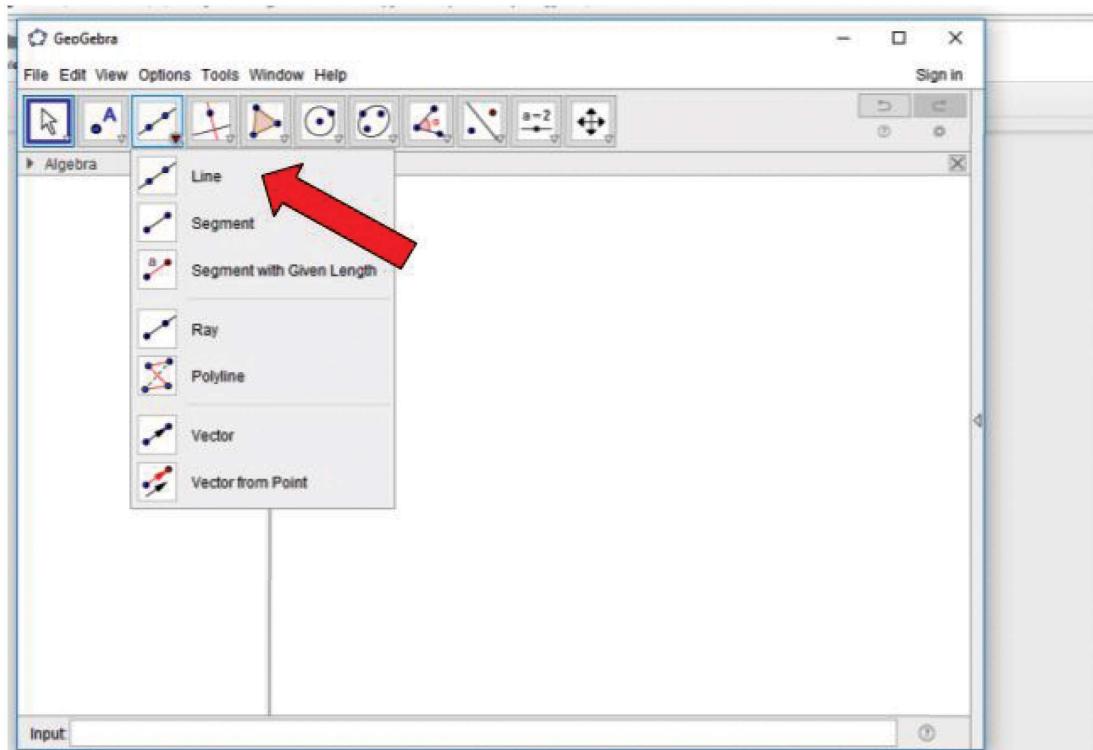
किन tools टूल्स का प्रयोग करें?

इस एक्टिविटी में हम software में  line (लाइन) टूल,  intersect (इंटरसेक्ट) टूल का इस्तेमाल करना सीखेंगे और Blue/Black (नीले/काले) points के बारे में फर्क समझेंगे।

स्टेप 1 grid और axes को हटाकर drawing pad रेडी कर लें।



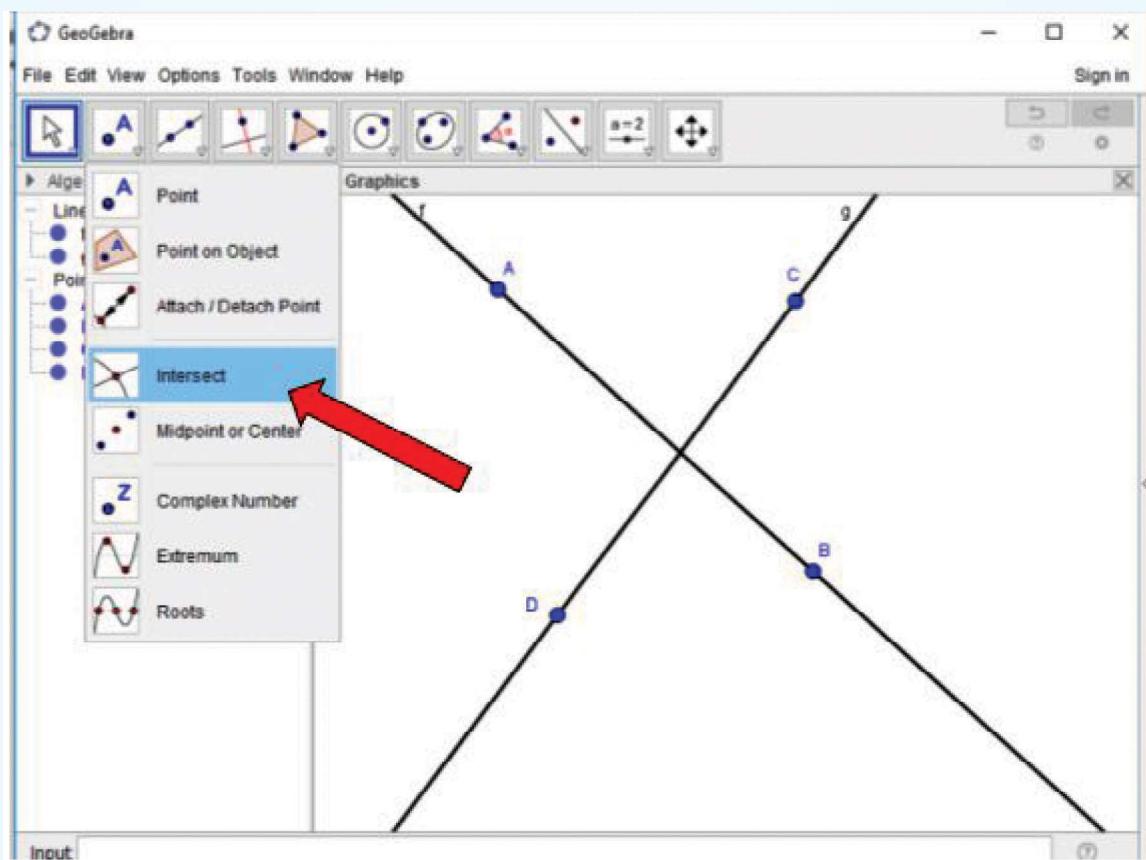
स्टेप 2 line tool (लाइन टूल) सेलेक्ट करें। और drawing pad (ड्राइंग पैड) में कोई भी दो intersecting रेखाएं खींचें।





AB और CD अन्तर्विभाजक रेखाएं हैं।

स्टेप 3 इन दोनों रेखाओं के point of intersection को मार्क करने के लिए हम intersect tool (इंटेरसेक्ट टूल) का प्रयोग करेंगे।



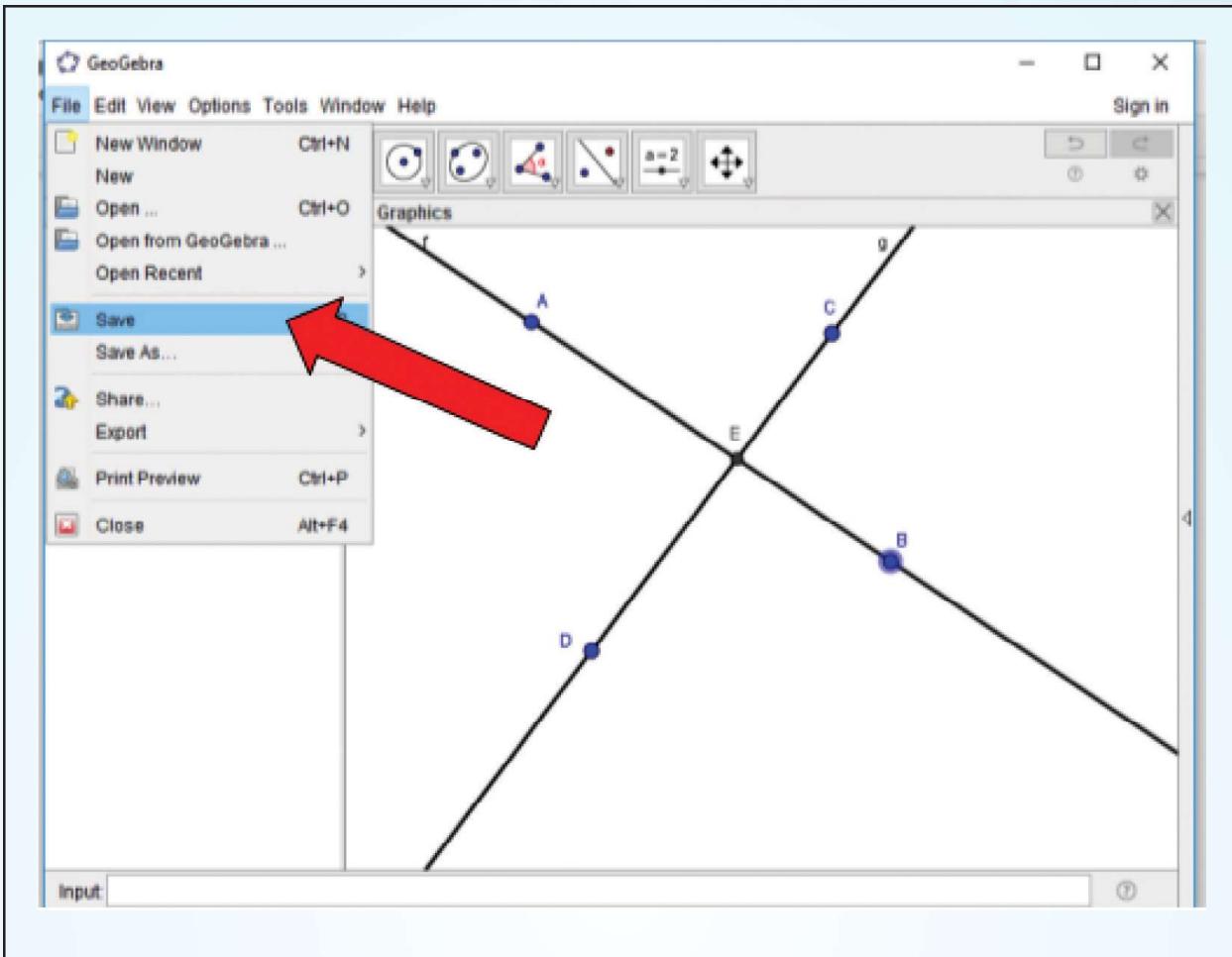
Intersect टूल सेलेक्ट करें और दोनों रेखाओं को क्लिक करें। आपको point of intersection मार्क हो जायेगा।

बच्चों एक बड़ी ही ध्यान देने वाली बात यह है कि जो point of intersection है वह काले रंग से अंकित होगा और वह fix (फिक्स) होगा।

The screenshot shows the GeoGebra interface. The top menu bar includes File, Edit, View, Options, Tools, Window, Help, and Sign in. Below the menu is a toolbar with various geometric tools. The left sidebar has an Algebra view and a Graphics view. The Algebra view lists two lines: $f: 3.88x + 4.34y = 14.87$ and $g: 4.32x - 3.28y = -5.77$, and five points: A, B, C, D, and E. The Points list provides their coordinates: A = (-1.76, 5), B = (2.58, 1.12), C = (2.34, 4.84), D = (-0.94, 0.52), and E = (0.75, 2.75). The Graphics view shows two intersecting lines, f and g, which intersect at point E. Blue dots are placed on line f at points A and D, and on line g at points B and C. A black dot is placed on line f at point E.

यहाँ पर जो E पॉइंट है वह AB और CD का point of intersection है।
 Try कर के देखो Blue dots move (मूव) हो सकते हैं और black dots से मूव नहीं किया जा सकता।





आओ करके देखे -

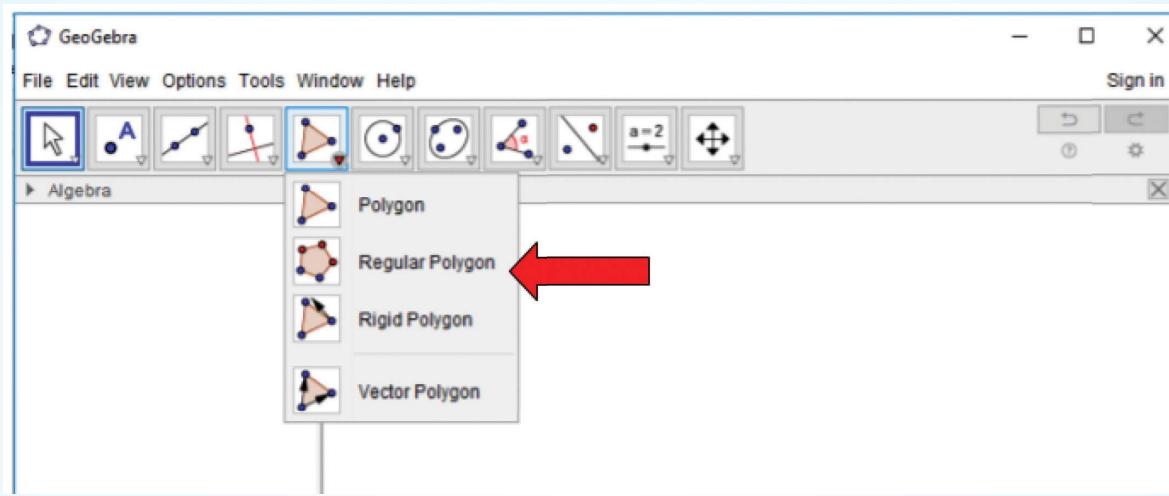
Activity 3: To make a square using regular polygon tool and verify its properties.

किन tools टूल्स का प्रयोग करे?

इस एक्टिविटी के माध्यम से हम Regular Polygon टूल use करके square (वर्ग) बनाना सीखेंगे और उसकी geometrical properties को verify (जांचेंगे) करेंगे।



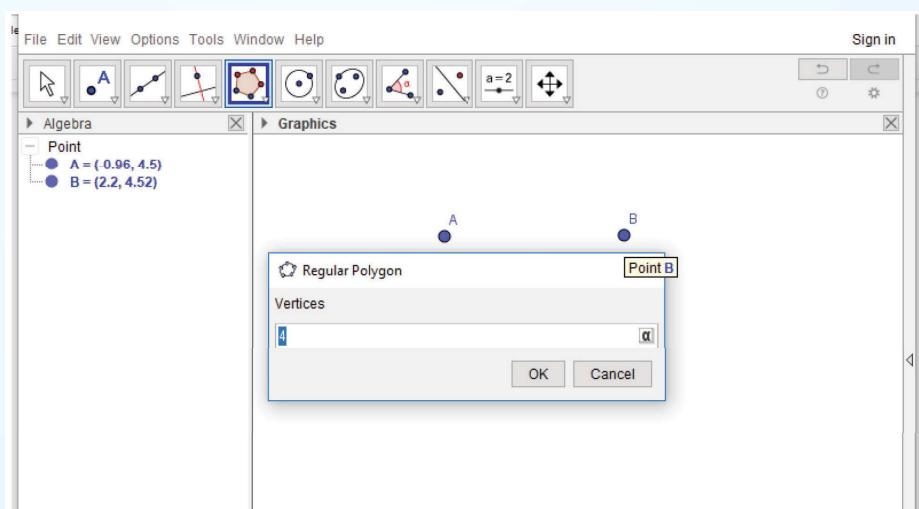
स्टेप 1 Polygon (पोलीगोन) टूल वाले construction tools (कंस्ट्रक्शन टूल्स) में से regular polygon (रेगुलर पोलीगोन) टूल सेलेक्ट करो।



स्टेप 2 Drawing pad पर क्लिक करो और दो बिंदु A और B अंकित करो।

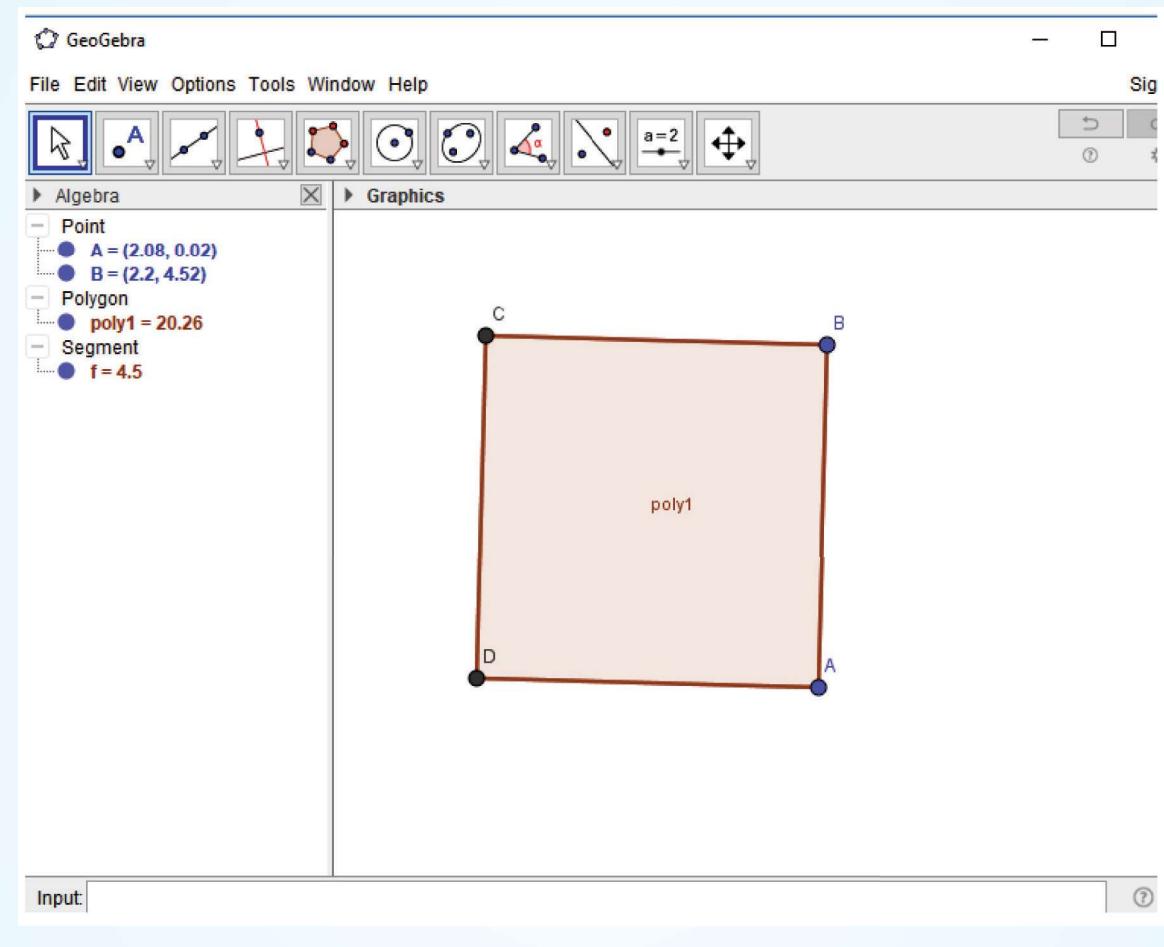
आपसे Regular Polygon की भुजाओं का नंबर पूछा जायेगा।
बच्चो, वर्ग में कितनी समान भुजाएं होती हैं?

मैडम जी 4
बिलकुल सही
तो उस बॉक्स में
4 भर दो।



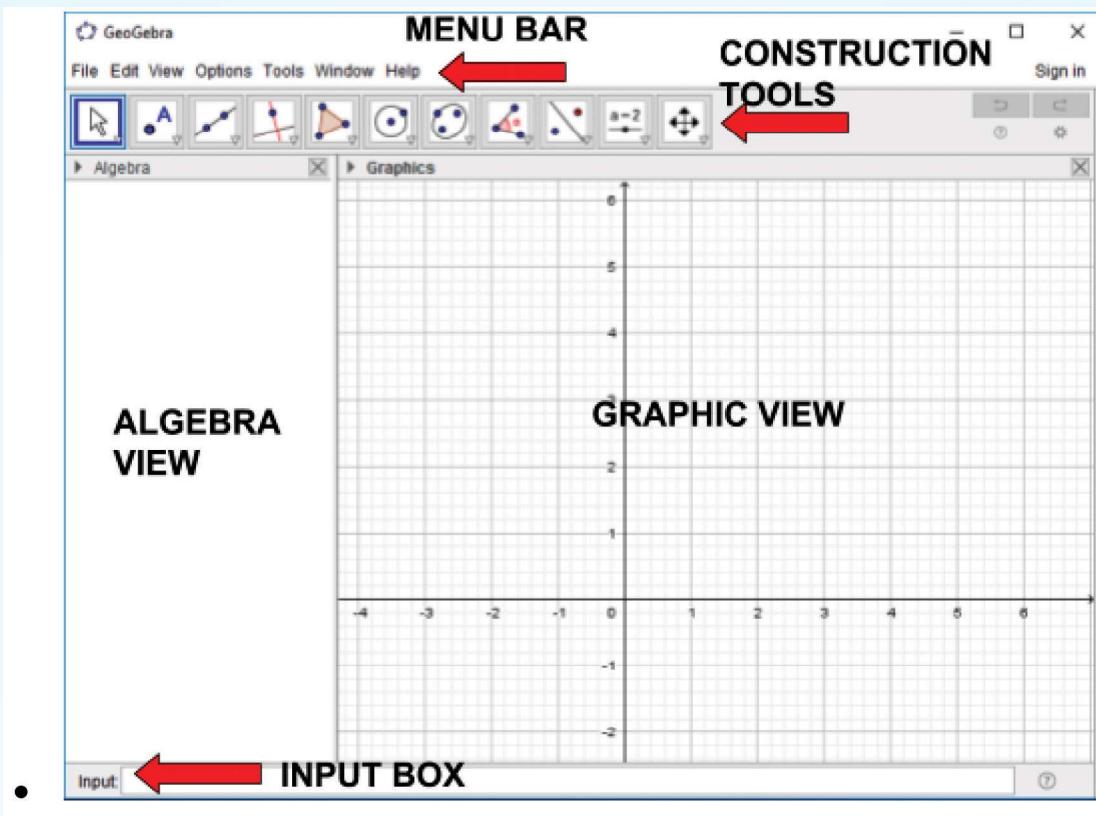


स्टेप 3 Move tool से Blue points A या B को ड्रैग कर के वर्ग को छोटा या बड़ा साइज का बनाया जा सकता है।
बच्चों काले रंग वाले पॉइंट्स C और D Static पॉइंट्स हैं।



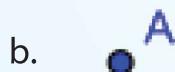
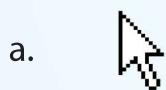
बच्चों अब आप angle tool का प्रयोग करके जांच करो की वर्ग का हर कोण 90 डिग्री का है।
अब आप line segment टूल से AC और BC बनाओ और जांच करो की दोनों बराबर हैं।

याद रखें

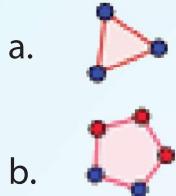


स्वयं करके देखो

1. इन टूल्स का नाम बताएं। यह किस काम के लिए प्रयोग किया जाता है।



2. दिए गए टूल्स में बताएं। इन टूल्स का प्रयोग करके कोई भी मनपसंद आकृति बनाएं।



3. Polygon (पोलीगोन) टूल से त्रिभुज बनाएं और mid point (मिड पॉइंट) टूल का प्रयोग कर के तीनों भुजाओं के mid points (मिड पॉइंट्स) मार्क करें। फाइल को अपने नाम के folder (फोल्डर) में save (सेव) करें।
4. GeoGebra software में दिए गए टूल्स का प्रयोग करके rectangle (आयत) बनाएं और उसकी geometrical properties को जांचें।
5. Regular Polygon tool का प्रयोग करके अपनी पसंद का geometrical design बनाएं।
6. Polygon टूल और Regular Polygon tool का प्रयोग करके अपनी पसंद की drawing बनाएं।